الموضوع: المحاضرة الثامنة

/ /

الأساس المتصلان:

لتكن لدينا البيان $G(V,E)$ ولتكن u,v رأسين في البيان نقول عن الرأسين u,v إنهما متصلان إذا وجد مسار $u-v$ من الرأس u إلى الرأس v

المسلك: هو متتالية متناوبة من الرؤوس والأضلاع

الرحلة: لا تتكرر فيها الأضلاع

المسار: لا تتكرر فيها الرؤوس

الحلقة: هو عبارة عن مسار مغلق

البيان المترابط: إذا كان كل رأسين في البيان متصلين

ونقول عنه غير مترابط عند وجود رأسين غير متصلين.

المركبة في البيان:

لتكن $G(V,E)$ بيان مترابط

نقول عن البيان G إنه يحتوي على مركبة إذا كان البيان مترابط ويحوي على عدد أعظمي من الأضلاع ونرمز للمركبة بالرمز $K(G)$ وهو بيان جزئي

في البيان المترابط $K(G)=1$

وفي البيان غير المترابط يكون لدينا $K(G) > 1$

نسمي عدد المسالك الجزئية المترابطة والمكونة للبيان G بمركبات البيان G.

ملاحظة:

الرأس المعزول يعتبر مركبة في البيان

v_1 v_3 e_2 v_2 v_5 e_3 e_4 G_1 v_4

بما أن هذا البيان مترابط فإن

$K(G_1)=1$

0 1 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

علما أن البيان الجزئي مترابط وأن الرأس المعزول هو عبارة عن مركبة فإنه يكون لدينا $K(G_2) = 3$

رأس القطع v:

v_1 v_2 v_3 v_4 G

v_1 v_2 v_3 v_4 v_5

تعريف: ليكن لدينا G بيان مترابط يسمى الرأس v رأس قطع ويعني حذف الرأس v وجميع الأضلاع المتصلة به فنحصل على بيان غير مترابط

مثال: ليكن لدينا البيان:

يسمى الرأس v_3 رأس قطع وذلك لأنه إذا حذفنا الرأس والأضلاع المتصلة به فنحصل على بيان غير مترابط

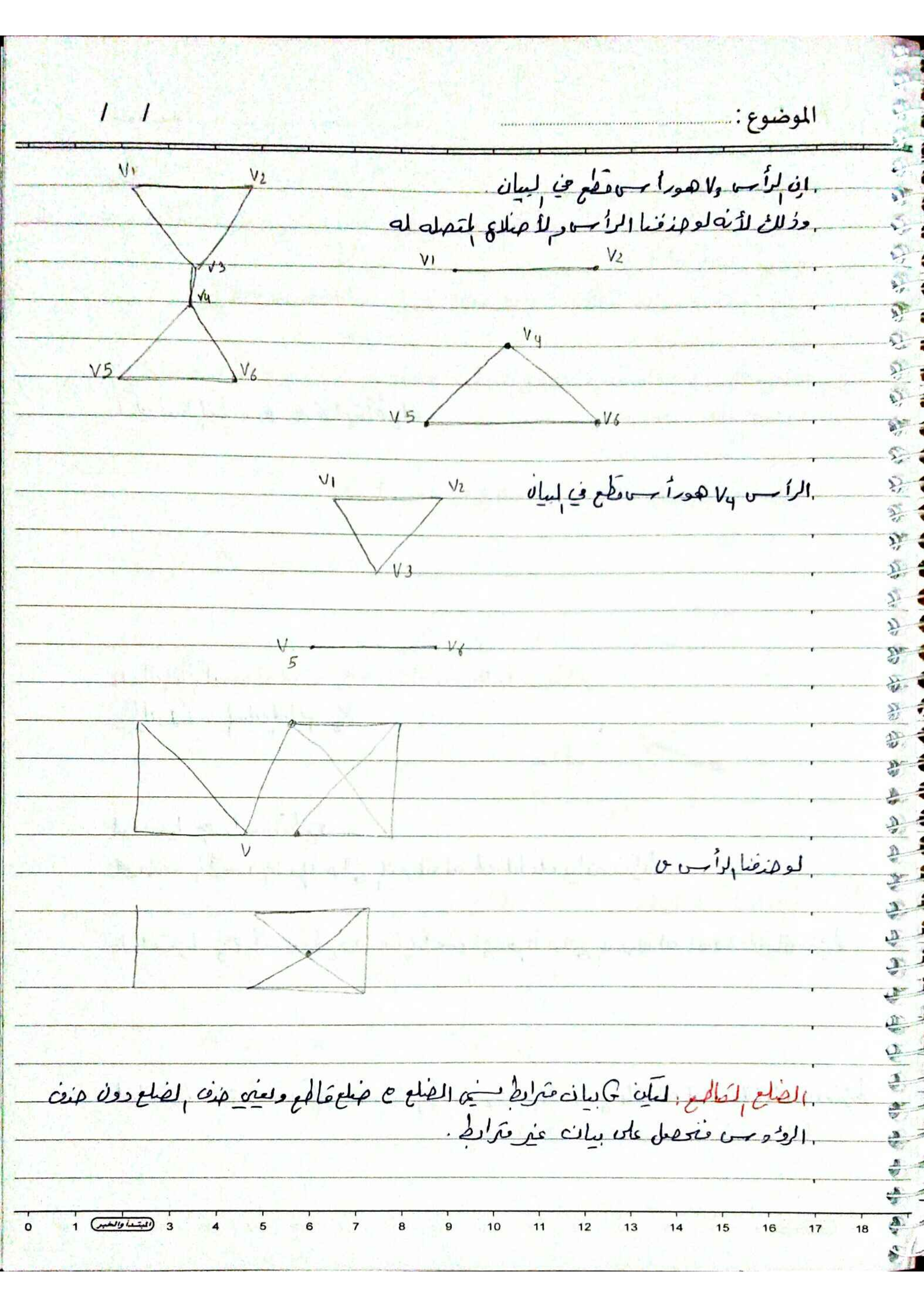
v_1 v_2

v_4

يسمى الرأس v_3 رأس قطع في البيان لأنه لو حذفنا الرأس والأضلاع المتصلة به لحصلنا على بيان غير مترابط

v_1 v_2

v_4 v_5



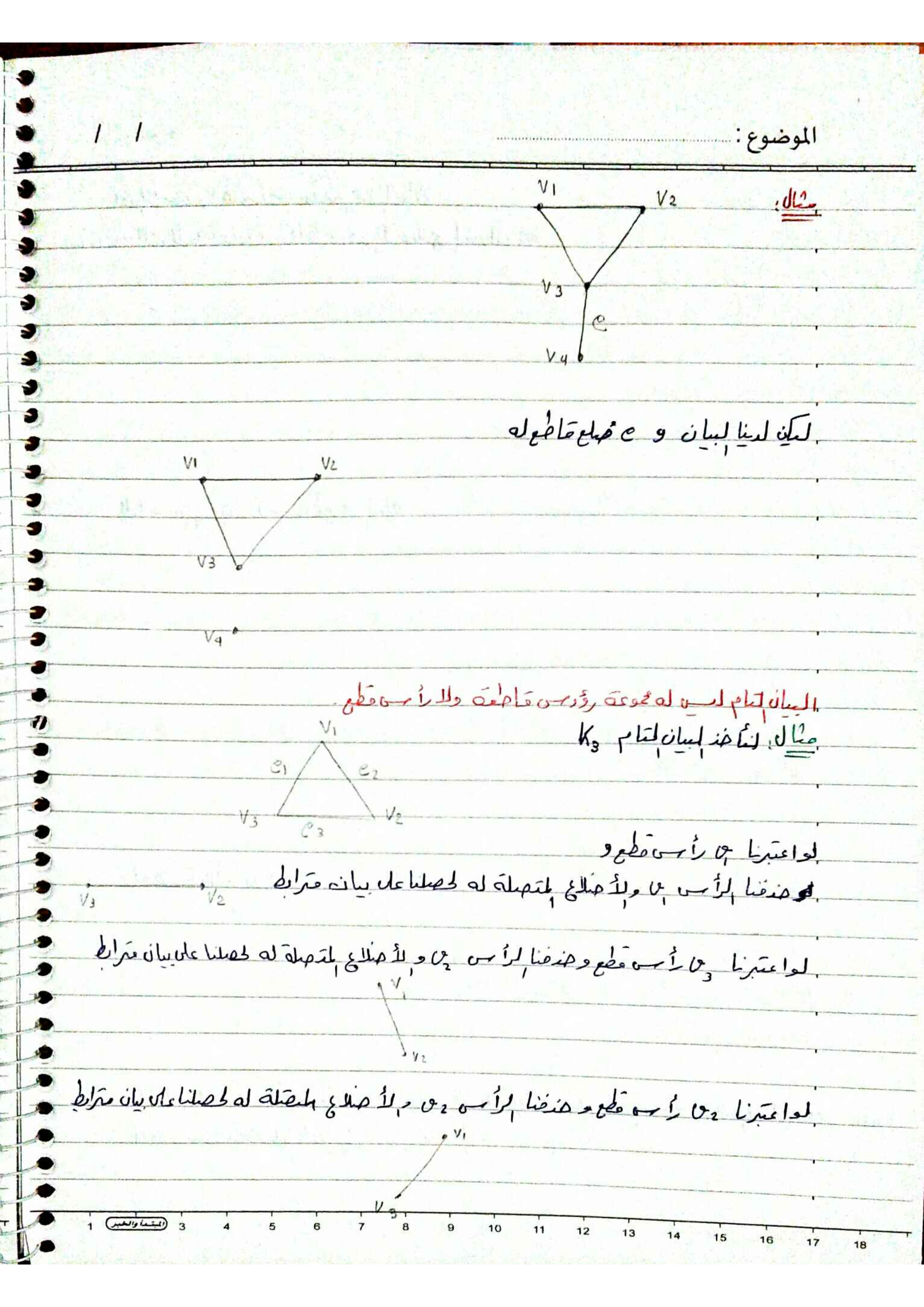
الموضوع : ....   / /

إن الرأس v_3 هو رأس قطع في البيان.
وذلك لأنه لو حذفنا الرأس و الأضلاع المتصلة له

الرأس v_4 هو رأس قطع في البيان.

لو حذفنا الرأس v

الضلع القاطع: ليكن G بيان مترابط يسمى الضلع e ضلع قاطع ونعني حذف الضلع دون حذف الرؤوس فنحصل على بيان غير مترابط.



الموضوع :

مثال:

لكن لدينا البيان و e ضلع قاطع له

البيان التام ليس له مجموعة رؤوس قاطعة ولا رأس قطع

مثال: لنأخذ البيان التام K_3

لو اعتبرنا v_1 رأس قطع و

حذفنا الرأس v_1 والأضلاع المتصلة له لحصلنا على بيان مترابط

لو اعتبرنا v_3 رأس قطع وحذفنا الرأس v_3 والأضلاع المتصلة له لحصلنا على بيان مترابط

لو اعتبرنا v_2 رأس قطع وحذفنا الرأس v_2 والأضلاع المتصلة له لحصلنا على بيان مترابط

الموضوع : ....

/ /

⇐ لا يوجد رؤوس قطع

تعريف: ليكن G بيان مترابط نسمي أقل عدد من مجموعة الرؤوس القاطعة للبيان حتى يصبح غير مترابط مسميا عدد ترابط البيان

ونسمي البيان n مترابط إذا كان $K(G) \geq n$ حيث $K(G)$ هو عدد ترابط البيان

عدد ترابط الأضلاع:

نسمي أقل عدد من مجموعة الأضلاع القاطعة حتى يصبح البيان غير مترابط بعدد ترابط الأضلاع ونرمز له بالرمز $K_1(G)$

مثال:

في البيان التام K_3 عدد ترابط الأضلاع يساوي $P-1$

e_1 e_2 e_3

K_3

$K_1(G)=2$

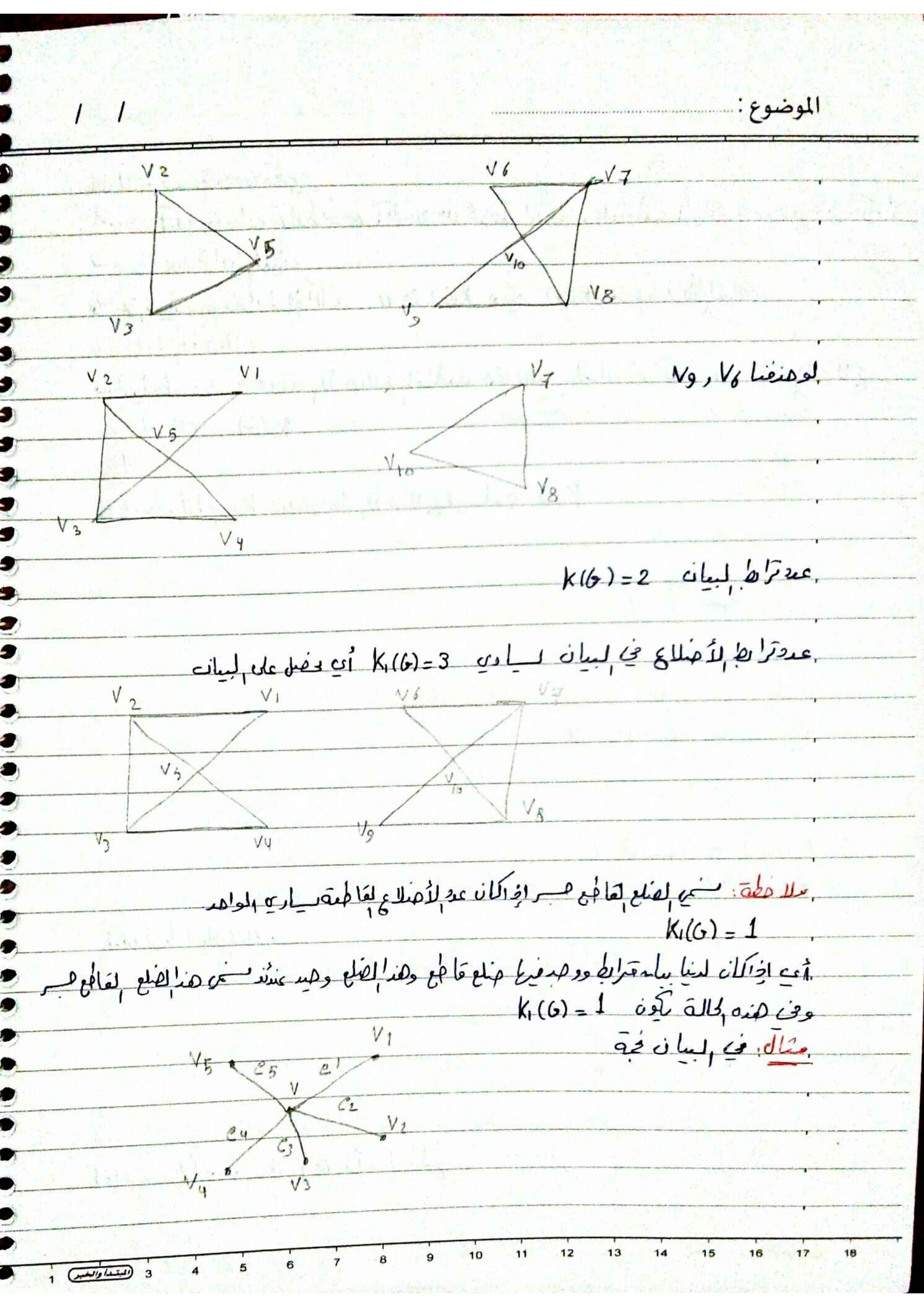
e_1 e_2

ليكن لدينا البيان التالي:

V_1 V_6 V_7 V_5 e_1 e_2 V_{10} V_3 V_4 e_3 V_9 V_8

لو اعتبرنا الرأسين v_1, v_9 رأسا قطع

0 1 المبدأ والخير 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18



لوحذفنا V_6 , V_9

عدد ترابط البيان $K(G)=2$

عدد ترابط الأضلاع في البيان يساوي $K_1(G)=3$ أي نحصل على البيان

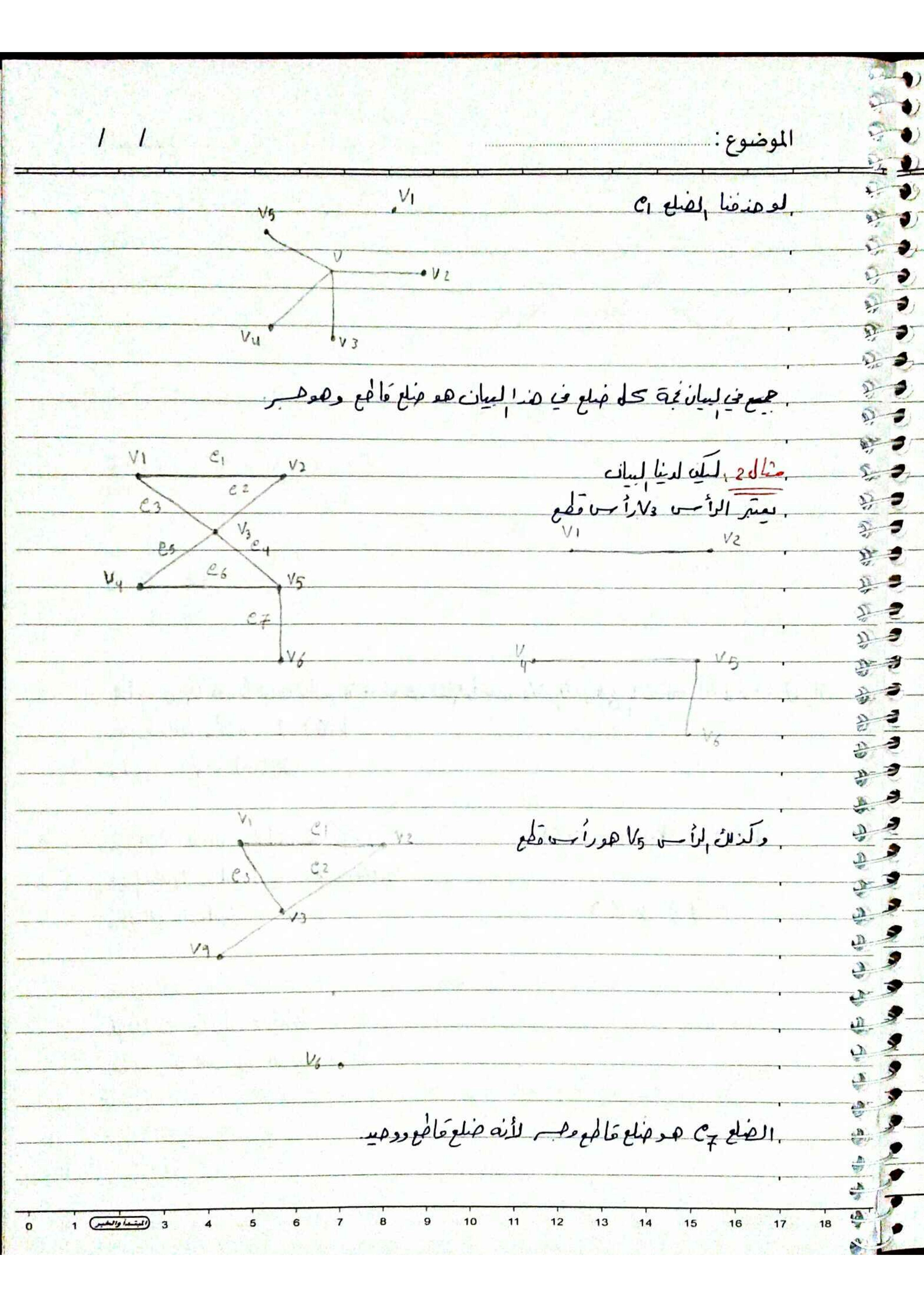
ملاحظة: يسمى الضلع القاطع جسر إذا كان عدد الأضلاع القاطعة يساوي الواحد

$K_1(G)=1$

أي إذا كان لدينا بيان مترابط ووجدنا ضلع قاطع وهذا الضلع وحيد عندئذ نسمي هذا الضلع القاطع جسر

وفي هذه الحالة يكون $K_1(G)=1$

مثال: في البيان نجمة



لو حذفنا الضلع e_1

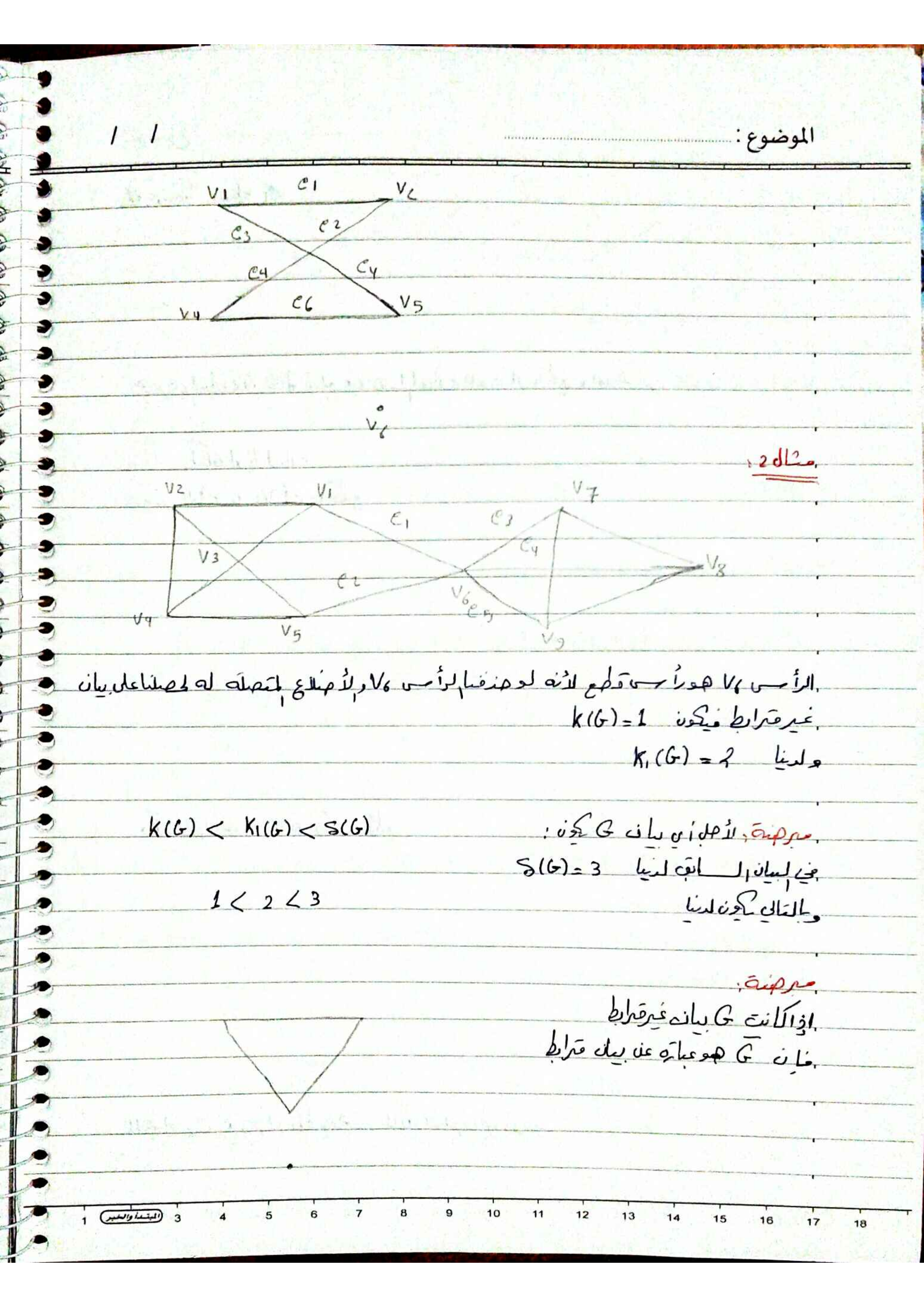
جميع في البيان نجد كل ضلع في هذا البيان هو ضلع قاطع وهو جسر

مثال 2: ليكن لدينا البيان

يعتبر الرأس V_3 رأس قطع

وكذلك الرأس V_5 هو رأس قطع

الضلع e_7 هو ضلع قاطع وجسر لأنه ضلع قاطع ووحيد.



الموضوع: .... / /

مثال 2:

الرأس V_6 هو رأس قطع لأنه لو حذفنا الرأس V_6 والأضلاع المتصلة له لحصلنا على بيان غير مترابط فيكون $k(G)=1$

ولدينا $k_1(G)=2$

مبرهنة: لأجل أي بيان G يكون:

$k(G) < k_1(G) < \delta(G)$

في البيان السابق لدينا $\delta(G)=3$

وبالتالي يكون لدينا

$1 < 2 < 3$

مبرهنة:

إذا كانت G بيانه غير مترابط

فإن $\bar{G}$ هو عبارة عن بيان مترابط

مبرهنة: ليكن G هو عبارة عن بيان بسيط عدد رؤوسه يساوي p وعدد الأضلاع يساوي q وعدد المركبات K يكون.

$$q \leq \frac{1}{2}(P-K)(P-K+1)$$

مثال:

$P = 4$

$q = 3$

$K = 2$

هذا البيان الجزئي مترابط

رأس معزول هو مركبة

$$3 \leq \frac{1}{2}(4-2)(4-2+1) = \frac{1}{2}(2)(3) = 3$$

مثال: ليكن لدينا البيان التالي:

$P = 5 \qquad q = 5 \qquad K = 1$

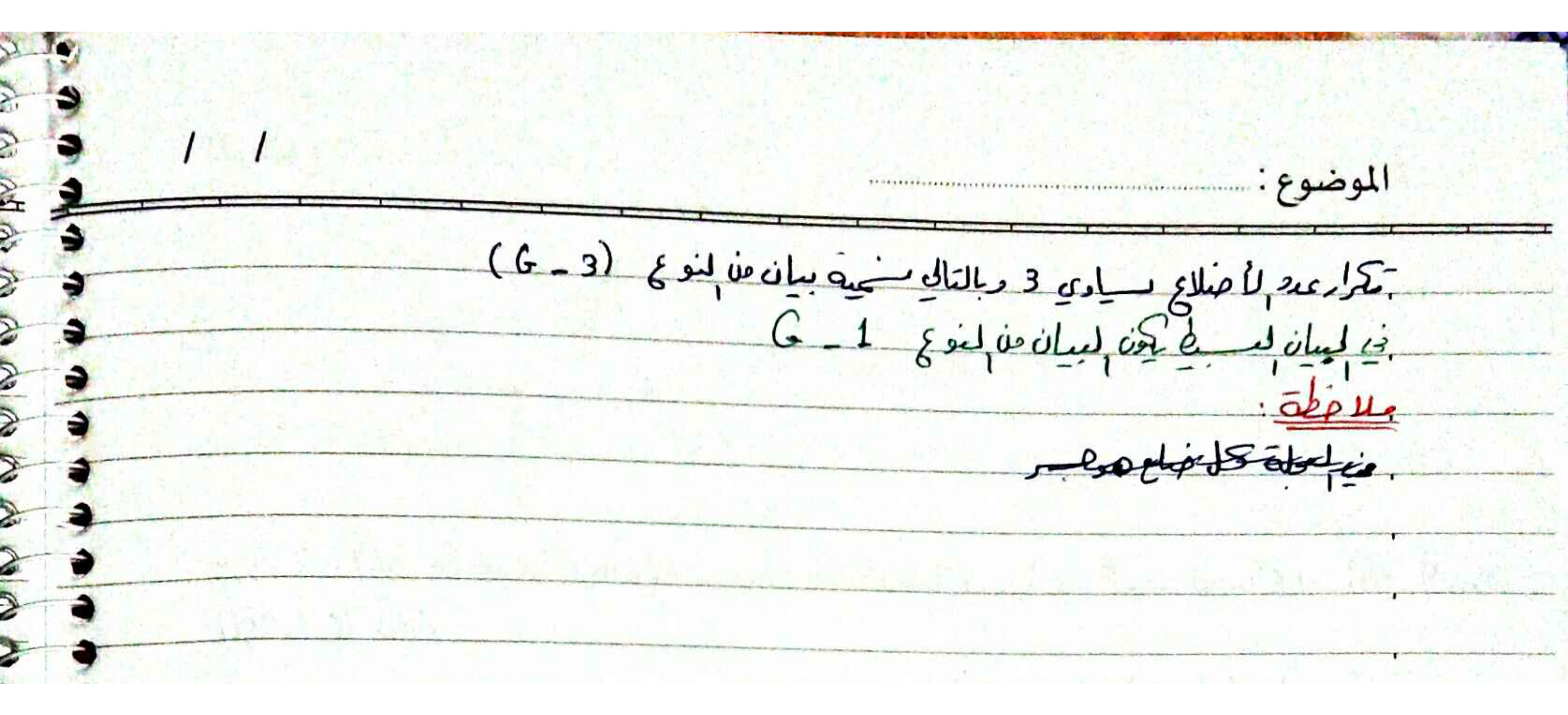
$$q \leq \frac{1}{2}(P-K)(P-K+1)$$

$$5 \leq \frac{1}{2}(5-1)(5-1+1) = \frac{1}{2}(4)(5) = 10$$

نقول عن البيان أنه من النوع $(G - P)$ إذا كانت عدد تكرار الأضلاع في مجموعة الأضلاع (الضلع هو زوج غير مرتب من رأسين) لا يزيد عن العدد P

مثال:

$$E = \{(V_1, V_2), (V_1, V_3), (V_1, V_2), (V_1, V_4), (V_2, V_3), (V_2, V_1), (V_2, V_2)$$
$$(V_4, V_4)\}$$



/ /

الموضوع : ....

- تكرار عدد الأضلاع يساوي 3 وبالتالي نسميه بيان من النوع (G - 3)
- في البيان البسيط يكون البيان من النوع G - 1

ملاحظة :

- ~~في الحلقة كل ضلع هو جسر~~